

## Elementarna matematika 2

### Zadaci s vježbi

Četvrti tjedan

**Zadatak 1.** Neka su  $A$  i  $B$  točke na kružnici  $k$  i neka je  $t$  tangenta na kružnicu  $k$  u točki  $A$ . Dokažite da je kut između tangente  $t$  i tetive  $\overline{AB}$  jednak obodnom kutu nad tom tetivom.

**Zadatak 2.** Zadane su kružnica  $k$  i točka  $M$  unutar nje. Ako se točkom  $M$  povuku dvije međusobno okomite tetive kružnice  $k$ , dokažite da je zbroj kvadrata duljina tih tetiva konstantan.

**Zadatak 3.** Dokažite da se simetrala kuta i simetrala nasuprotne stranice trokuta sijeku u točki koja se nalazi na opisanoj kružnici tog trokuta.

**Zadatak 4.** Dokažite da su visine trokuta ujedno i simetrale kutova njegovog nožišnog trokuta (trokuta kojem su vrhovi nožišta visina).

**Zadatak 5.** Neka je  $\triangle ABC$  pravokutan trokut s pravim kutem pri vrhu  $C$ . Dokažite da su polovišta stranica, vrh  $C$  i nožište visine iz vrha  $C$  konciklične.

**Zadatak 6.** Dokažite da je duljina visine trapeza kojemu se može upisati i opisati kružnica jednaka geometrijskoj sredini duljina njegovih osnovica.

**Zadatak 7.** Dvije kružnice polumjera  $r$  i  $R$  ( $r < R$ ) dodiruju se izvana. Njihove zajedničke tangente dodiruju ih redom u točkama  $A$  i  $B$ , odnosno  $C$  i  $D$ . Dokažite da se u četverokut  $ABCD$  može upisati kružnica i odredite joj polumjer.

**Zadatak 8.** Neka je  $D$  polovište stranice  $\overline{BC}$  trokuta  $\triangle ABC$  i neka je  $E$  točka na stranici  $\overline{AC}$  takva da je  $\sphericalangle EDA = \sphericalangle ABC$ . Točkom  $E$  povučena je paralela s  $\overline{BC}$  koja siječe  $\overline{AD}$  u točki  $F$ . Dokažite da je  $|AF| \cdot |DF| = |EF|^2$ .